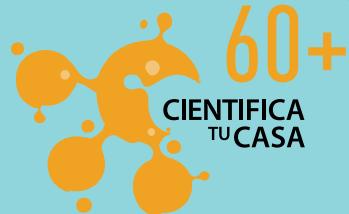




PONTIFICIA  
UNIVERSIDAD  
CATÓLICA  
DE CHILE

# ARRECIFE HIPERBÓLICO *geometría. corales y crochet*



**COORGANIZA:** Facultad de Matemáticas UC.  
**APOYA:** Centro UC de Estudios de la Vejez y Envejecimiento.  
**COLABORAN:** Fundación Más y Travesía 100.



# Presentación



## Ciencia para 60 y más

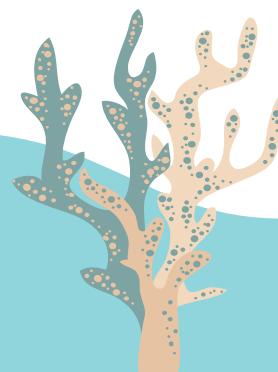
En Chile hay más de 2.850.000 personas con más de 60 años, un 16,2% de la población total, según datos del CENSO 2017. Ante esto, y como parte del compromiso público asumido por la Universidad Católica, a través de iniciativas UC como el Centro de estudios de la Vejez y Envejecimiento, el Programa Adulto Mayor UC y la Fundación Conecta Mayor, la Dirección de Investigación incorporó este año en su iniciativa de divulgación y comunicación de la ciencia: Cientifica la UC, un segmento especial para personas mayores: "Cientifica tu Casa 60+".

En él estamos desarrollando acciones dinámicas que acerquen a las personas mayores a la ciencia del siglo XXI. Estas actividades son realizadas en conjunto con el Instituto Milenio Fundamento de los Datos, la Facultad de Matemáticas UC, y los centros UC ya mencionados.

Arrecife Hiperbólico: Geometría, corales y crochet, es un proyecto colectivo dirigido a personas mayores consistente en un ciclo de charlas de geometría hiperbólica a cargo de la Facultad de Matemáticas UC quienes nos encantarán con la geometría que vive en el fondo del mar. Queremos invitarlos a crear sus propios corales utilizando la técnica del tejido a crochet para así, juntos, construir un gran arrecife hiperbólico, el cual será exhibido en la Universidad.

Esperamos que disfruten y aprovechen este espacio de intercambio y trabajo conjunto, el que ha sido diseñado especialmente para reafirmar el compromiso de esta Dirección con la divulgación científica y acceso al conocimiento, con el cual buscamos aportar desde la ciencia a una sociedad con mayor bienestar y equidad para todos y todas.

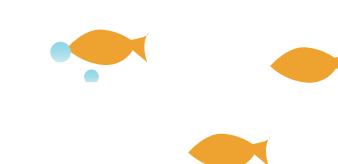
**María Elena Boisier, Directora de Investigación UC**



# Índice



Biología de los arrecifes	4
La geometría hiperbólica de los corales	8
El proyecto arrecife	13
Nomenclatura	14
Ejemplos de corales tejidos	15
Ejemplos marinos tejidos	18
Participa!	21
Agradecimientos	22
Abstracta UC	23



# BIOLOGÍA DE los arrecifes



## Sumerjámonos en el mundo de los arrecifes, con el experto Alejandro Pérez Matus

Mi nombre es Sandra Garrido, soy profesora de Matemáticas. No solo me apasiona enseñarlas, sino también seguir aprendiendo y desarrollando proyectos para que todos podamos apreciarlas y entenderlas, y en particular, observar su presencia en nuestra naturaleza.

Es por eso que nos embarcamos en el mundo de la geometría hiperbólica presente en las formaciones coralinas que viven en los arrecifes. Pero, para entenderlos, se necesita conocerlos con un experto.

Con la misión de comprender los arrecifes desde el punto de vista de la Biología, me reuní con Alejandro Pérez Matus, investigador y apasionado por el ecosistema marino.



Por supuesto, al igual que los números, partimos desde cero.

S: Como profesora, cuando pienso en un arrecife pienso en matemática. Busqué “arrecifes” en internet y descargué fotografías –se las muestro- pero no logro comprenderlos del todo, por lo que mi primera pregunta es la más básica ¿Qué es un arrecife?

A: Al menos lo tienes bien visualizado -ríe- Un arrecife es un conjunto de organismos vivos o muertos que dan forma y estructura a una colonia. Acostumbrada a las estrictas definiciones matemáticas, le reclamo:

S: Es una definición bastante amplia.

Alejandro, investigador en el área, no dudó en responder desde su experticia

A: Es una estructura viva o muerta que aporta una tridimensionalidad al ambiente físico o biológico.

Entonces, decidí regresar a las preguntas más simples.

S: ¿De qué tamaño es un arrecife?

A: Los arrecifes pueden ser de más de cien metros cuadrados en adelante.



El departamento que habito, 2D2B estilo mariposa, tiene 54 metros cuadrados. Lo que hasta ahora en mi cabeza era una “cosa marina”, tenía en realidad el tamaño de dos departamentos, lo que me pareció una enormidad.

S: Entonces, ¿este arrecife que estamos viendo es un “mini arrecife”? -Le muestro la foto del arrecife que inspiró el dibujo de esta página

A: ¡Claro! eso es un “Parche”, como le llamamos en el área, un ambiente más local.

S: ¿Cómo se forman los arrecifes?

A: Existen múltiples causas. Se pueden formar por una erupción volcánica, por el levantamiento de una placa, por impacto humano (como un rompeolas), por depósitos de sedimentos, o mortalidad de carbonato de calcio de corales muertos. Lo necesario es un sustrato duro, y luego las especies colonizan.

En este punto, al fin me hice la idea de que un arrecife es un lugar, algo así como una roca en la que luego se depositan distintas especies, es decir ¡exactamente lo que me dijo al inicio de la entrevista!

S: ¿Con qué fin colonizan las especies? -Pregunté intentando que no notara que “recién me había caído la teja”-

A: Esa pregunta es fundamental en el estudio de los arrecifes, pues podría explicar la diversidad que éstos

poseen. En particular, puede ser por oportunismo. En el caso de un arrecife de coral, este se forma (coloniza) siempre cerca de la luz, pues los corales realizan fotosíntesis para conseguir su alimento. Me sorprendí con su respuesta, pues hasta ese momento daba por sentado que los arrecifes eran de corales.

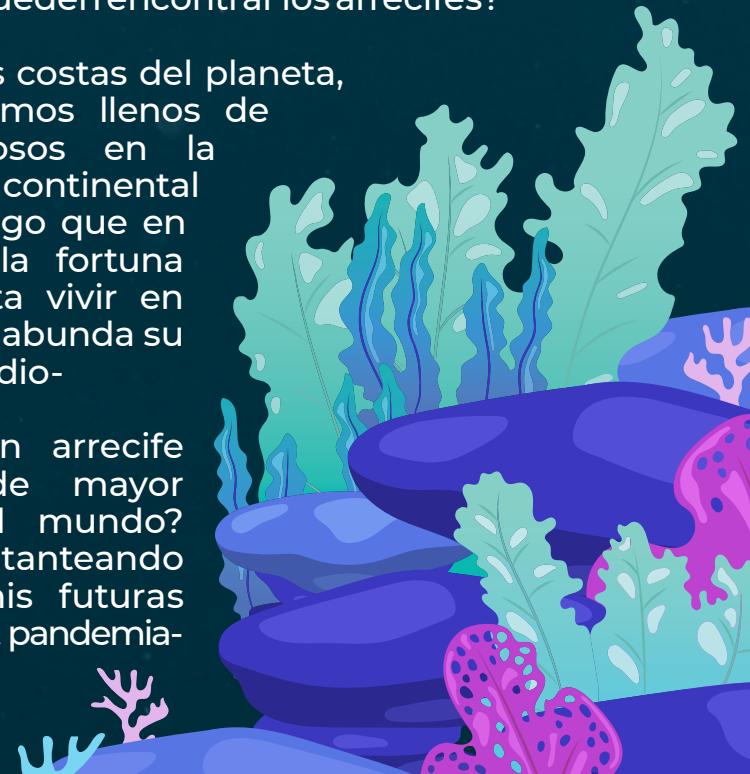
S: ¿Qué otros tipos de arrecifes existen?

A: Hay arrecifes rocosos, de algas, arrecifes profundos etc. En el fondo el arrecife es la estructura que recibe a las especies colonizadoras.

S: ¿Dónde se pueden encontrar los arrecifes?

A: En todas las costas del planeta, en Chile estamos llenos de arrecifes rocosos en la plataforma continental -Sonrió, supongo que en relación con la fortuna que representa vivir en un país donde abunda su objeto de estudio-

S: ¿Hay algún arrecife famoso o de mayor interés en el mundo? -Pregunté tanteando ideas para mis futuras vacaciones post pandemia-

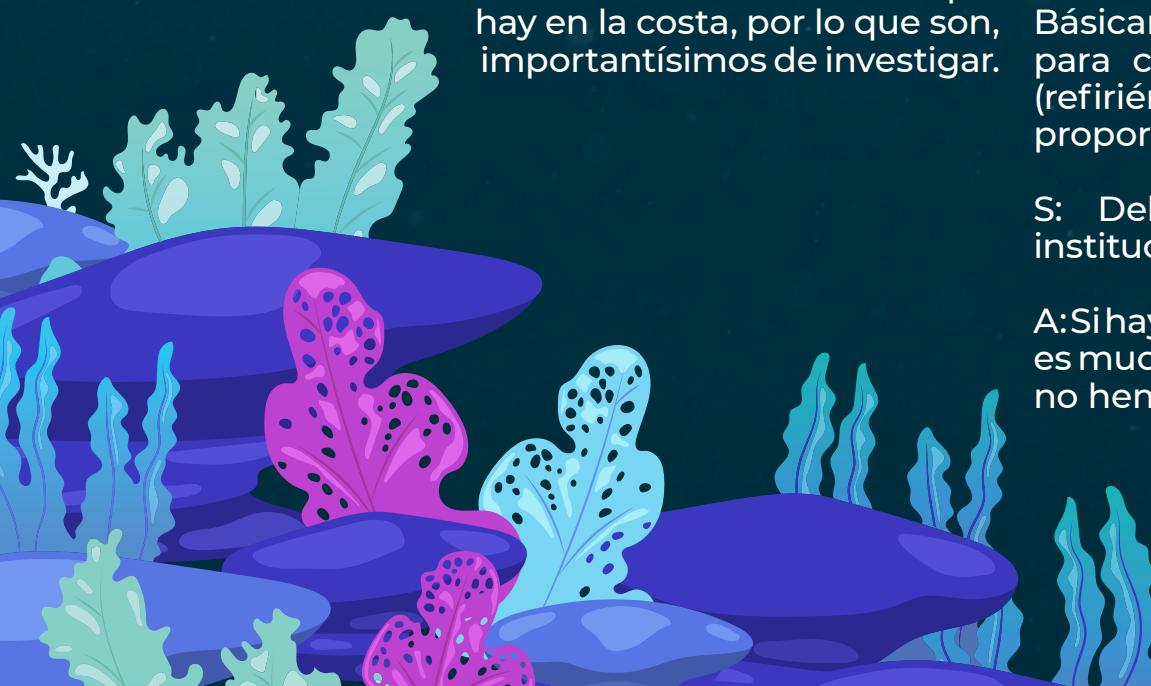




A: Definitivamente la Gran Barrera de Coral, que son múltiples arrecifes conectados entre sí en la costa de Australia. Un lugar único pues está formado por un subgrupo de islas, con una historia muy cercana a la formación de hotspot de biodiversidad.

S: ¿Los arrecifes son peligrosos para nosotros? -Le pregunté imaginándome buceando en la Gran barrera de coral-

A: Definitivamente no. Los arrecifes nos proporcionan múltiples beneficios, que van desde lo cuantificable en términos económicos como sustratos para la pesca o promover el turismo, y lo no cuantificable como la información que nos proveen sobre el mundo marino. De hecho, un tercio de la población humana se alimenta de lo que hay en la costa, por lo que son, importantísimos de investigar.



S: ¿Puede desaparecer un arrecife?

A: Sí y de hecho el arrecife de coral es uno de los más amenazados en la actualidad, por múltiples causas, entre ellas está el cambio climático, el aumento de la temperatura del océano, los cambios de las dinámicas de las corrientes, la pesca, la ornamenta, etc. En Rapa Nui, por ejemplo, está permitido extraer corales para venta ornamental, los venden en los aeropuertos para poner en las casas. Esto es una práctica ancestral.

S: ¿Qué pasaría si desaparecen todos los arrecifes?

A: Desaparecería tal vez el 80% de la vida marina. Es que los arrecifes proporcionan hábitat primario, secundario y terciario para muchas especies. Básicamente, la mayoría necesita de los arrecifes para cumplir su ciclo de vida pues su anatomía (refiriéndose a los arrecifes) llena de grietas proporciona refugio y alimento para estas.

S: Debido a su destacada importancia ¿Hay instituciones encargadas de proteger los corales?

A: Si hay, pero la demanda de recursos, el extractivismo es mucho mayor, lo cual tiene consecuencias que aún no hemos previsto -respondió con preocupación-



S: ¿Qué es lo que más te fascina de los arrecifes?  
-Pregunté para alegrar la charla-

A: Su gran diversidad de forma y vida, como una de las interacciones ecológicas positivas más importantes que hay en el planeta.

S: ¿Cómo es un día en tu trabajo?

A: Los días entretenidos, salimos a bucear, trabajamos con pescadores y hacemos mediciones de temperatura, tomas de muestras, análisis de video, etc. Prontamente nos compraremos una embarcación.

Ya terminando la entrevista, tenía que hacer la pregunta secreta por la que vine. Y sin preámbulos, disparé:

S: ¿Tiene qué ver tu trabajo con matemática? ¿Con geometría hiperbólica, quizás?

A: Había escuchado más sobre morfología geométrica -me desarmó-, la cual he aplicado en peces. Básicamente es buscar puntos, como las articulaciones, para descubrir características sobre ellos.

S: No sé nada al respecto -admití- pero se ha descubierto que la forma de los colares tiene una estrecha relación con la geometría hiperbólica. Por lo que, si quieras conocer un poco más al respecto

te invito a participar de las charlas de geometría hiperbólica que realizaremos los días 12, 19 y 26 de octubre y quizás también quieras aprender a tejer corales y sumarte al Proyecto Arrecife.

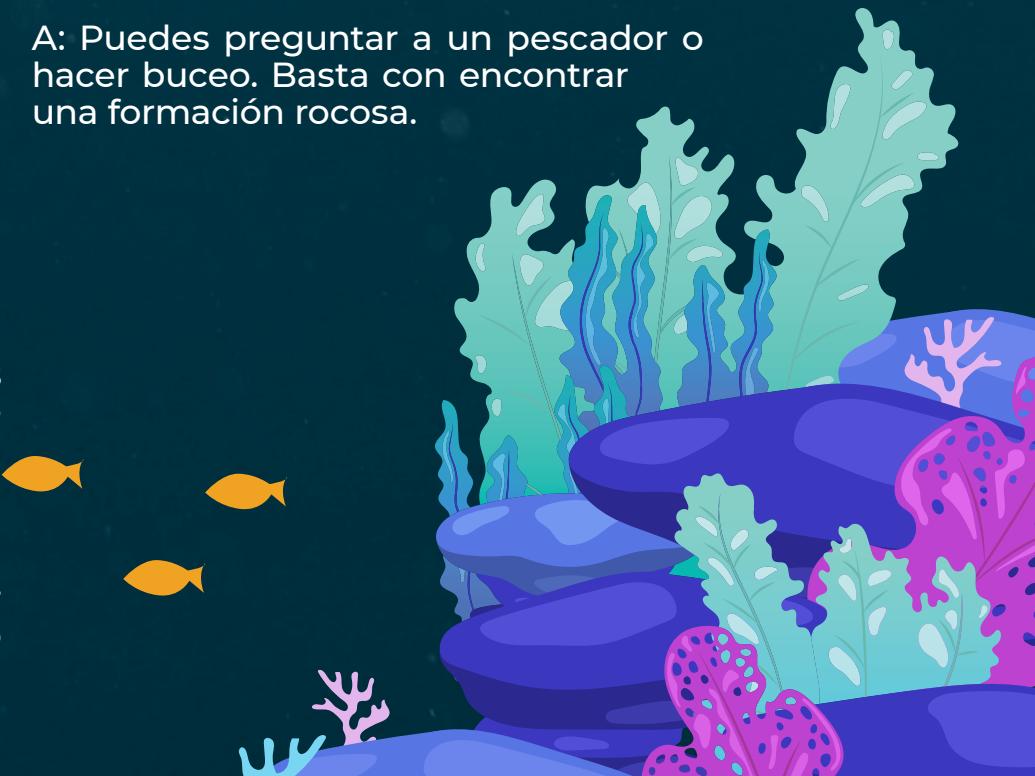
A: No te prometo que aprenderé a tejer, pero ahí estaré.

S: Una última pregunta. La próxima semana iré a la playa ¿cómo puedo ver un arrecife?

A: ¡Basta con meterte al agua y podrás verlo!

Lo miré con los ojos entrecerrados y agregó:

A: Puedes preguntar a un pescador o hacer buceo. Basta con encontrar una formación rocosa.



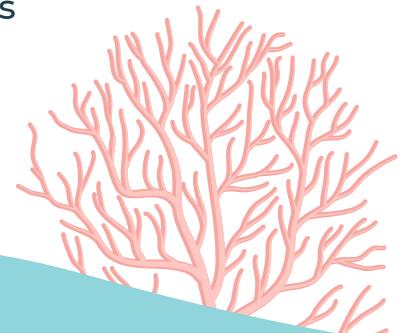
# LA GEOMETRÍA HIPERBÓLICA de los corales



Todos hemos pasado por cursos de geometría alguna vez. Expertos o no, a todos se nos viene a la cabeza figuras como rectas, triángulos y circunferencias. La geometría (del griego geo=tierra, metría=medición) es la parte de las matemáticas que se encarga de estudiar todo lo relacionado con formas, medidas, posición, distancias, etc. La manera en que se mueve un personaje de un video juego requiere geometría, ya que es necesario simular formas 3D en un espacio 2D. Un ingeniero en sonido se encarga de la creación y manipulación de sonidos, y el estudio del movimiento de este en su respectivo espacio involucra geometría. Un sastre conoce las formas de las curvas que aparecen sobre los pliegues de su creación: geometría. El maquillador de Stefan Kramer al simular una arruga en la cara de Stefan requiere de una pericia sobre las “formas” de las arrugas y la cara de Stefan: geometría. Y bueno, uno podría decir que la rueda se inventó gracias a un interés en la utilidad de las formas, es decir, de la geometría.

La geometría que aprendemos en la escuela es llamada **Geometría Euclídea**. Euclides (300 a.C) recopila y sistematiza los conocimientos geométricos de su tiempo, dejándolo en su obra “Los Elementos de Geometría”, el primer sistema deductivo que se registra en la historia. Todos los postulados y definiciones presentes en geometría Euclídea serán nuestros pilares para convencer fehacientemente a cualquier escéptico que no crea, por ejemplo, que la suma de los ángulos interiores de un triángulo suman 180°. Euclides basó su geometría en observaciones sobre su entorno, esencialmente el mismo entorno nuestro. Por lo que los triángulos que veía Euclides (triángulo es la unión de 3 segmentos de rectas unidos por sus extremos) serán los mismos que vemos nosotros...mmm, ¿o posiblemente no? ...

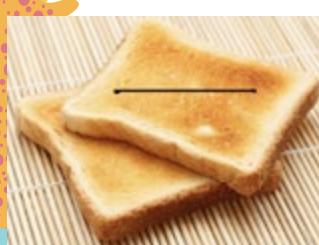
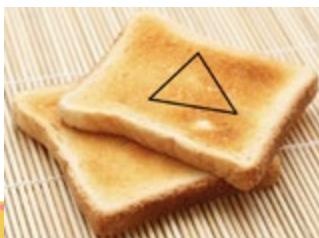
Déjeme detenerme un poco en este último punto. Si los triángulos son uniones de trazos de rectas, entonces para entender qué es un triángulo es fundamental, primero que nada, entender qué es una recta, ¿no es verdad?





La distancia entre dos puntos es el largo de la trayectoria más corta de un punto al otro. Esta dependerá de mis posibilidades de trayectorias, que a su vez depende de donde se estén tomando los puntos. En este artículo nos referiremos a puntos tomados en alguna superficie<sup>1</sup> de nuestro entorno. Por lo que, en la práctica, si uno los dos puntos con una cuerda bien tensa, entonces la cuerda nos muestra dicha trayectoria. A eso le llamaremos trazo de recta. La extensión<sup>2</sup> indefinida de este trazo es lo que llamaremos recta. Así, dado puntos podemos formar rectas, trazos de rectas, y por lo tanto triángulos en las superficies que queramos.

Observe como lucen trazos, rectas y triángulos sobre una tostada, una naranja y un coral hecho a crochet.



Euclides formalizó su geometría basado en que las rectas eran aquéllas que se formaban al tomar los puntos sobre una superficie plana, por ejemplo su suelo, o la pared de un templo (o su tostada del desayuno). Todas las definiciones y CASI todos los postulados Euclideanos se adaptan bastante bien si consideramos rectas en otras superficies. Pero el CASI hace una gran diferencia. Este “casi” nos impide argumentar que la suma de los ángulos interiores de un triángulo sobre una naranja, por ejemplo, suman  $180^\circ$ . Y de hecho eso ya nunca más es cierto para una naranja!

El quinto postulado de Euclides (el postulado de las paralelas) es la problemática (o inspiradora) premisa que se desajusta de nuestros conocimientos de geometría escolar, para crear uno nuevo, lo cual da nacimiento a nuevas geometrías. El quinto postulado de Euclides estipula: “Dada una recta y un punto exterior a esta, existe una única recta que pasa por el punto que sea paralela<sup>3</sup> a la recta dada.”

Observe como las rectas en las naranjas (circunferencias mayores) viola este postulado, al no existir rectas paralelas.



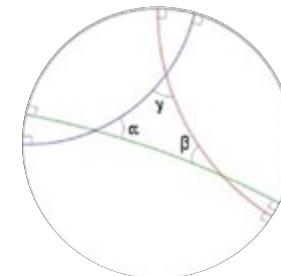


En toda superficie que cumpla con el quinto postulado de Euclides podemos hacer Geometría Euclídeana. O análogamente podemos decir que la geometría Euclídea queda representada por dicho objeto (por ejemplo: hoja de papel, suelo, pizarra, tostada). Por otro lado, toda superficie en donde no existan dos rectas paralelas estará regida por una nueva geometría, la cual llamaremos esférica (por ejemplo naranja, planeta tierra).

Pero el quinto postulado puede ser violado de otra forma también. Podría pasar que dado una recta y un punto exterior a ella, existan más de una recta paralela que pase por el punto dado. Aquí estamos en presencia de la Geometría Hiperbólica, y las superficies cuyas rectas cumplen dicha premisa se llamarán superficies hiperbólicas (ejemplo, el coral hecho a crochet de la figura).

La geometría esférica parece mucho mas natural de comprender porque vemos esferas en todos lados (de hecho todos vivimos sobre una, el planeta tierra). Pero encontrar superficies hiperbólicas en nuestro entorno se concibió por mucho tiempo solo posible como una abstracción, fuera de la naturaleza. Desde el descubrimiento de esta geometría (150 años atrás más menos) hasta fines del siglo pasado, solo se conocía esta geometría en forma conceptual. Se crearon modelos que nos permitieran dibujar este concepto y hacer más práctico el juego geométrico.

El modelo que a mí más me gusta es el llamado “disco de Poincaré” (Henri Poincaré (1854-1912)), el cual explicaré a continuación. Dibuje una circunferencia (circunferencia principal), donde su interior representará todos los puntos de esta geometría. Las rectas en este modelo son arcos de circunferencia que son perpendiculares<sup>4</sup> a la circunferencia principal y diámetros de la circunferencia<sup>5</sup>. Piense en el borde de la circunferencia principal como si fuese el infinito, es decir nunca se toca. En el siguiente dibujo hay tres rectas formando un triángulo, y todos los triángulos que observa del teselado<sup>6</sup> son iguales.



4- Dos circunferencias son perpendiculares si se cortan formando ángulo de 90°

5- Diámetro de una circunferencia, son las cuerdas que pasan por el centro. Es decir, las cuerdas que miden dos veces el radio.

6- Teselado es una pavimentación. En ese caso, el que muestra el dibujo, es de triángulos.



Piense que estamos representando un dibujo que se va al infinito en una porción acotada de una hoja de papel, por lo que tiene sentido que se vea de forma distorsionada. Ya es una distorsión dibujar el infinito, por lo que habrá que comprenderlo como tal, ¿Qué piensa usted? De la misma manera, no intente mostrar que estos arcos de circunferencias (las rectas en este modelo) se forman uniendo los dos puntos con un cordel tenso, porque la representación se entiende dentro de la abstracción, ya que el dibujo se hace sobre un plano que ya vimos que obedece la geometría Euclídea. Usted se podría preguntar naturalmente ¿Cómo poder manipular este concepto de manera más directa sin emplear tanta abstracción?

La única manera sería encontrar una superficie en nuestro espacio 3D que obedezca nuestra noción de recta como “cordel tenso” sobre la superficie.

Hoy en día se sabe que en la naturaleza efectivamente podemos encontrar este tipo de superficies. Lo podemos encontrar en algunas hojas de lechugas, y en criaturas marinas como gusanos, babosas y corales. Su belleza nos cautiva. Posiblemente sea a causa de la forma singular en que se presentan.



Un estudio cuidadoso nos dirá que las circunferencias de radio fijo en esta geometría abarcan mucho más área que las de circunferencias del mismo radio sobre una superficie Euclidiana. Si aumento el radio, en el caso de la geometría Euclidiana, las áreas de las circunferencia aumentan en forma proporcionadas, pero el aumento del área del círculo al aumentar el radio en la geometría hiperbólica crece incontrolablemente. Por lo que la característica principal de las superficies hiperbólicas es que consigue empaquetar más superficie (y tan grande como queramos) dentro de un radio dado que las otras geometrías. Es por eso que tiene una apariencia “arrugada” y pareciera que “no caben” en nuestro espacio (y posiblemente por eso son tan difíciles de encontrar). A lo mejor, por qué no, los corales de un arrecife tienen esa estructura ya que es más eficiente para poder obtener todos los nutrientes (captan más área que otras formas en un radio dado), ¿Qué cree usted?





A fines del siglo pasado se desarrolló un gran interés en construir superficies hiperbólicas usando lana y un crochet. Lo mas probable es que si usted está leyendo este artículo es porque ya experimentó esa atrapadora experiencia (es un vicio que no se puede dejar!). Esto es tan simple como la técnica de ir aumentando puntos en cada corrida, digamos cada dos aumento uno. Se dará cuenta que la primera corrida no toma tiempo, pero muy pronto puede llegar a tomar horas en las siguientes corridas, porque esto empieza a aumentar su área en forma muy rápida. Este aumento irá adaptándose en forma intrincada para poder caber en el espacio, dando esa apariencia arrugada. Experimentar con las propias manos como el “espacio se expande” es simplemente alucinante!

Les dejo como desafío tejer y experimentar con sus propias manos cómo es que el quinto postulado de Euclides no se cumple, al haber más de una paralela a una recta dada pasando por un mismo punto.

Al final de cuenta, conocer nuestro entorno requiere de un conocimiento geométrico y conocer la geometría requiere de la ayuda de nuestro entorno. ¡Qué mejor que experimentarlo con nuestras propias manos!



# PROYECTO arrecife



El primer proyecto colaborativo de un arrecife hiperbólico a crochet fue desarrollado por Margarte y su hermana gemela Christine Werthein del Institute For Figuring de Los Ángeles, Estados Unidos. Este fue inspirado por el trabajo de la Matemática Dr. Daina Taimina quien en 1997 usando el arte del crochet realizó modelos del espacio hiperbólico. Antes de esto, la mayoría de los matemáticos pensaban que era imposible construir formas hiperbólicas. Sin embargo, esta geometría ha estado presente cientos de años de manera natural en múltiples organismos marinos.

Te invitamos a participar de este proyecto de apreciación de la belleza de las matemáticas presente en el mundo marino, creando un tejido hiperbólico de coral a crochet, el cual será parte de un gran arrecife cuya exhibición artística estará a cargo de Abstracta UC, proyecto de divulgación matemática de la Facultad de Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica de Chile.

Aquí te presentamos algunos corales creados por la artesana en crochet Sandra Cerda quien ha seguido las instrucciones del proyecto "The Sydney Hyperbolic Crochet Coral Reef", el cual afirma que para crear este tipo de corales es necesario seguir un único principio básico: Incrementar el número de puntadas en cada fila. Mientras más cercanas sean las puntadas el coral crecerá más rápido y será más enroscado.

Recibiremos tus creaciones hasta finales de noviembre. En la última página podrás encontrar un cupón recortable, listo para llenar y hacernos el envío de tu coral hiperbólico.

# APRENDIENDO a tejer



## Punto 1

Nombre: Cadena

Nomenclatura: Óvalo transparente



## Punto 2

Nombre: Punto deslizado

Nomenclatura: Óvalo relleno sólido



## Punto 3

Nombre: Punto bajo

Nomenclatura: Cruz con trazos del mismo largo



## Punto 4

Nombre: Medio punto o medio punto alto

Nomenclatura: "T"



## Punto 5

Nombre: Punto entero o punto alto

Nomenclatura: T con una raya chueca



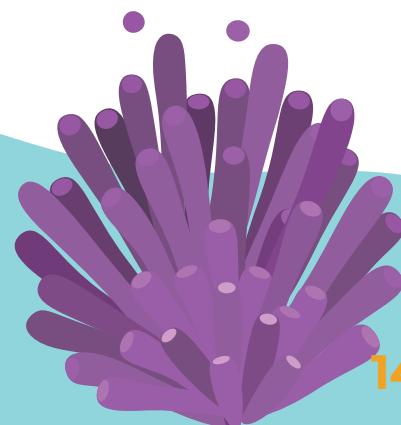
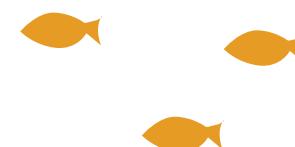
## Punto 6

Nombre: Doble punto entero o doble punto alto

Nomenclatura: (T con dos rayas chuecas)



Descarga en tu teléfono un lector de códigos QR en tu dispositivo, utiliza la cámara para escanear el código y abre el archivo de video tutorial!



# Ejemplos de corales tejidos



## Coral de esfera hiperbólica

### Fila 1

Comenzar con una cadena de 5 puntos y cerrar en círculo. (5 puntos total)



### Fila 2

Tejer 10 puntos bajos dentro del círculo. (10 puntos total)



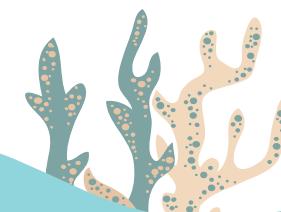
### Fila 3 a 9:

Aumentar dos puntos bajos por cada punto de la fila anterior. (640 pts total)



### Fila 10

Tejer un punto bajo en cada punto de la fila anterior y cerrar. (640 pts total)



## Coral de pseudoesfera hiperbólica

### Fila 1

Comenzar con una cadena de 5 puntos y cerrar en círculo.



### Fila 2

Tejer 12 puntos altos dentro del círculo.



### Fila 3 a 6

Tejer dos puntos de alto relieve en cada punto de la fila anterior.



### Fila 7

Cambiar de color y tejer un punto de relieve alto en cada punto de la fila anterior.



### Fila 8

Tejer dos puntos de relieve por alto cada punto de la fila anterior.

Volver por detrás del tejido a la fila 6 y repetir los pasos de las filas 6 y 7.

Terminar el coral con borde otro color, tejiendo un punto bajo por cada punto de la fila anterior.





## Sombrero hiperbólico

### Para el cono

#### Fila 1

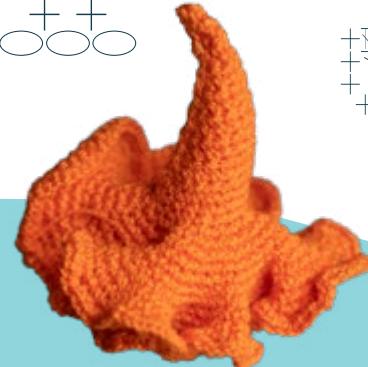
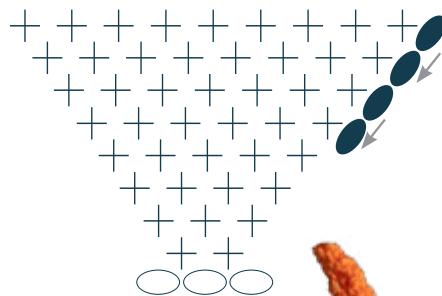
Tejer 3 cadenas

#### Fila 2 a 9

Tejer dos puntos bajos y aumentar en un punto bajo por cada fila

#### Fila 10

Subir con punto deslizado hasta la fila 1 y cierra en forma de cono



#### Fila 11 a 15

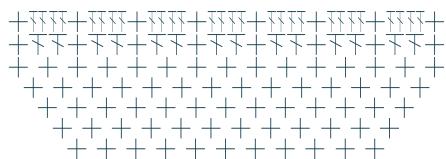
Tejer cinco filas más aumentando un punto bajo en cada fila (14 pts)

#### Fila 16

Intercaladamente, tejemos en cada punto de la fila anterior un punto bajo y luego dos puntos bajos (21 pts)

#### Fila 17

Por cada punto bajo de la fila anterior, tejer dos puntos bajo en cada uno de ellos (36 pts)  
Continuamos el patrón de las filas 16 y 17 hasta alcanzar el tamaño deseado.



## Coral de plano hiperbólico

#### Fila 1

Tejer seis cadenas y cerrar en círculo. (6 pts)

#### Fila 2

Tejer doce puntos altos. (12 pts)

#### Fila 3 a 7

Aumentar con dos puntos altos en cada punto de la fila anterior. (384 pts)

#### Cambiar de color



#### Fila 8

Tejemos un punto bajo por cada punto anterior. (384 pts)

#### Fila 9

Aumentar con dos puntos bajos en cada punto anterior. (768 pts)

#### Fila 10

Terminar haciendo un punto deslizado por cada punto de la fila anterior. (768 pts)





## Coral de doble plano hiperbólico Espiral de doble plano hiperbólico

### Fila 1

Tejer cincuenta cadenas.

### Fila 2

Subir con tres cadenas y tejer por separado; dos puntos altos juntos y luego un punto alto. Continuar hasta el final de la fila.

### Fila 3

Subir con tres cadenas y tejer tres puntos altos en cada punto de la fila anterior.

### Fila 4

Subir con tres cadenetas y tejer dos puntos altos por cada punto de la fila anterior.

### Fila 5

Subir con dos cadenetas y tejer un punto bajo por cada punto de la fila anterior.

### Fila 1

Tejer cincuenta cadenas.

### Fila 2

Subir con tres cadenas y tejer por separado; dos puntos altos juntos y luego un punto alto. Continuar hasta el final de la fila.

### Fila 3

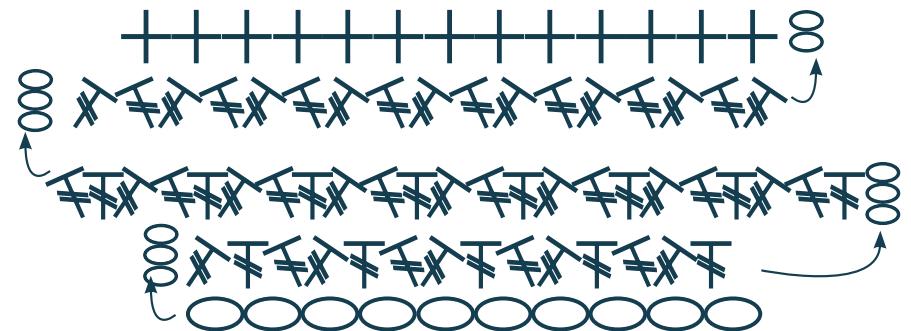
Subir con tres cadenas y tejer tres puntos altos en cada punto de la fila anterior.

### Fila 4

Subir con tres cadenetas y tejer dos puntos altos por cada punto de la fila anterior.

### Fila 5

Subir con dos cadenetas y tejer un punto bajo por cada punto de la fila anterior.



# Ejemplos marinos tejidos



## Caracol redondo

### Lados del caracol

#### Fila 1

Tejer seis punto bajos y cerrar en círculo (6 pts)

#### Fila 2

Subir con tres cadenas y tejer tres puntos altos dentro de cada punto de la fila anterior (21 pts)

### Hacer otro círculo siguiendo las mismas instrucciones



### Cuerpo del caracol

#### Fila 1

Unir ambos círculos por el derecho con trece cadena. (13 pts)

#### Fila 2

Sobre la cadena tejer por separado; un punto deslizado, un punto bajo, un punto medio, siete puntos altos, un punto medio, un punto bajo y un punto deslizado. (13 pts)



#### Fila 3

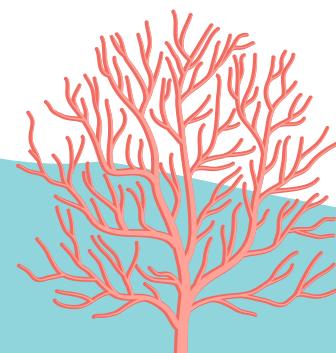
Tejer por separado; un punto deslizado, once puntos bajos y un punto deslizado. (13 pts)

#### Fila 4

Tejer un punto deslizado, dos puntos bajos juntos, un punto medio, tres puntos altos, tres puntos altos juntos, tres puntos altos, un punto medio, dos puntos bajos juntos y un punto deslizado. (19 pts)

#### Fila 5

Tejer por separado; un punto deslizado, quince puntos bajos y un punto deslizado. (17 pts)



#### Fila 6

Tejer un punto deslizado, dos puntos bajos juntos, un punto bajo, un punto medio, nueve puntos altos, un punto medio, un punto bajo, dos puntos bajos juntos y un punto deslizado. (19 pts)

#### Fila 7

Tejer por separado; un punto deslizado, 17 puntos bajos y un punto deslizado. 19 pts

#### Fila 8

Tejer un punto deslizado, dos puntos bajos juntos, dos puntos bajos juntos, un punto bajo, un punto medio, nueve puntos altos, un punto medio, un punto bajo, dos puntos bajos juntos, dos puntos bajos juntos y un punto deslizado. (23 pts)



### Fila 9

Tejer por separado; un punto deslizado, veintiún puntos bajo y un punto deslizado. (23 pts)

### Fila 10

Tejer por separado; un punto deslizado, cinco puntos bajos, un punto medio, nueve puntos altos, un punto medio, cinco puntos bajos y un punto deslizado. (25 pts)

### Fila 11

Tejer por separado; un punto deslizado, veintiún puntos bajos y un punto deslizado. (23 pts)

### Fila 12 a 32

Repetir las filas 10 y 11 hasta la fila 32.

### Fila 33

Tejer un punto deslizado, dos puntos bajos juntos, cuatro puntos bajos, un punto medio, nueve puntos altos, un punto medio, cuatro puntos bajos, dos puntos bajos juntos y un punto deslizado. (25 pts)

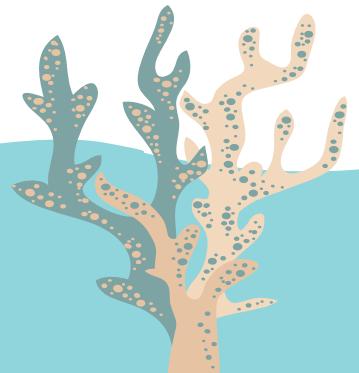
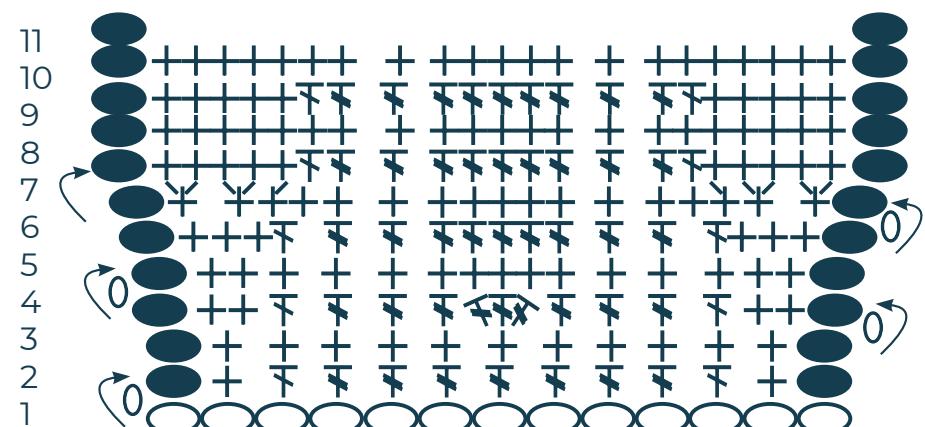
### Fila 34

Tejer por separado, un punto deslizado, veintitrés puntos bajos y un punto deslizado. (25 pts)

### Fila 35

Tejer por separado; un punto deslizado, seis puntos bajos, un punto medio, nueve puntos altos, un punto medio, seis puntos bajos y un punto deslizado. (25 pts)

Tejemos 21 vueltas más repitiendo el mismo patrón de la vuelta 10 y 11





### Fila 36

Tejer por separado; un punto deslizado, veintitrés puntos bajos, y un punto deslizado. (25 pts)

### Fila 37

Tejer un punto deslizado, seis puntos bajos, un punto medio, cuatro puntos altos, tres puntos altos juntos, cuatro puntos altos, un punto medio, seis puntos bajos y un punto deslizado. (27 pts)

### Fila 38

Tejer por separado; un punto deslizado, veinticinco puntos bajos y un punto deslizado. (27 pts)

### Fila 39

Tejer por separado; un punto deslizado, seis puntos bajos, un punto medio, once puntos altos, un punto medio, seis puntos bajos y un punto deslizado. (27 pts)

### Fila 40

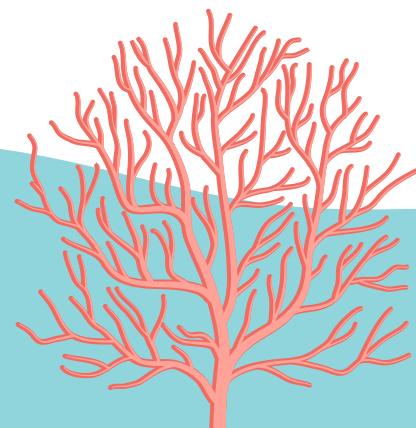
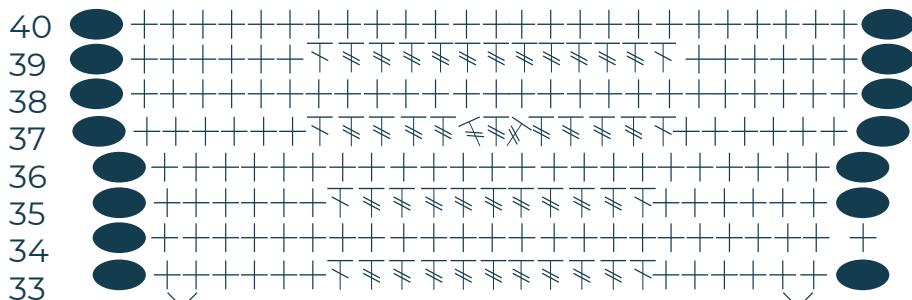
Tejer por separado; un punto deslizado, veinticinco puntos bajos y un punto deslizado. (27 pts)

### Fila 41 a 44

Repetir filas 39 y 40  
(27 pts)

Terminar el caracol uniendo los extremos de la fila 1 y 44.

Tenejemos 4 vueltas más repitiendo el mismo patrón de la fila 39 y 40.



# ¡Participa!



**¡Participa del proyecto Arrecife creando tu propio coral hiperbólico!**

**¿Cómo enviar mi coral?**

Pon tu tejido en una caja o bolsa resistente y pega el siguiente cupón de envío rellenando tus datos. Luego dirígete a tu correo más cercano o preferido y realiza la entrega cancelando el servicio. También puedes hacer entrega de tu creación directamente en nuestras dependencias.

## Cupón de envío

### Datos de envío

**Nombre:** Facultad de Matemática, Pontificia Universidad Católica de Católica

**Dirección:** Edificio Rolando Chuaqui, Campus San Joaquín.  
Avenida Vicuña Mackenna 4860, Macul, Chile.

**Teléfono:** (2) 23544511

### Datos remitente

**Nombre:** \_\_\_\_\_

**Dirección:** \_\_\_\_\_

**Teléfono:** \_\_\_\_\_

# Agradecimientos



Alejandro Pérez Matus



Constanza del Campo



Sandra Cerda Adasme



Sandra Garrido

Su amor por el mar nació junto con él y desde pequeño comenzó a bucear para conocer el fondo marino. Hoy es profesor en la Facultad de Ciencias biológicas UC, donde tiene un laboratorio de investigación dedicado a estudiar por qué y cómo cambian las comunidades que se desarrollan bajo el agua para su manejo y preservación. El buceo sigue siendo un gran aliado en su labor investigativa pero ahora se acompaña de cámaras remotas y robots submarinos para poder explorar el océano semi profundo.

Junto a su pareja viajó a Estados Unidos y trabajó, entre otros, como camarera para poder sustentarse económicamente, pero su amor a las matemáticas, la obligó a encontrar tiempo para asistir a las cátedras de la Universidad de Michigan. Su entusiasmo en clases despertó interés en uno de sus profesores, quién la incentivó a seguir estudiando matemáticas. Volvió a Chile con un Magíster en Matemáticas de la Eastern Michigan University, su marido y dos hijos. Hoy en día es profesora adjunta de la Facultad de Matemática y apasionada divulgadora. Secretamente se declaró adicta a los teselados hiperbólicos.

Aprendió a tejer en el colegio con el fin de ganar las alianzas, en las cuales, una de las competencias era entregar la mayor cantidad de cuadrados de crochet tejidos para hacer frazadas y donarlas. Con los años, continuó aprendiendo de manera autodidacta mediante ensayo y error. Hoy con el acceso a internet participa de grupos de crochet en Facebook, y realiza sus propias creaciones basadas en modelos de tejedoras de todo el mundo. ¡Qué bueno que el lenguaje del crochet sea prácticamente universal!

De profesión docente en Matemáticas en enseñanza media, de corazón gestora de proyectos de divulgación científica. Realizó su pregrado en nuestra casa de estudios, en donde, por su destacada personalidad y creatividad fue invitada a crear una nueva área de desarrollo de proyectos escolares en la Facultad de Matemáticas UC.

¡Queremos más proyectos como Arrecife Coral Sandra!

# Abstracta UC



## ¿Quiénes somos?

Abstracta UC, Matemática itinerante para todos, es una iniciativa de la Facultad de Matemáticas UC, cuyo objetivo es llevar la experiencia de una matemática lúdica, cercana y de alto nivel, a todos los niveles de la sociedad. La iniciativa plasma el esfuerzo de nuestros académicos en hacer partícipes a todas las personas de las maravillosas experiencias intelectuales que posibilita la matemática.

## ¿Cómo funciona?

Abstracta UC es una colección de muestras itinerantes que han sido desarrolladas por los investigadores de nuestra facultad, las que por medio de objetos concretos permiten entender ideas abstractas y complejas. Estas ideas facilitan a la larga una comprensión mayor tanto del mundo que nos rodea así como de las posibilidades del conocimiento científico.

## ¿Cómo acceder a Abstracta?

Abstracta UC se instala generalmente como una actividad complementaria en eventos científicos y de divulgación. Además, la iniciativa puede visitar colegios y otras actividades comunitarias, en cualquier lugar.

Si te interesa contar con Abstracta UC en tu colegio o actividad ingresa a [abstracta.mat.uc.cl/](http://abstracta.mat.uc.cl/)

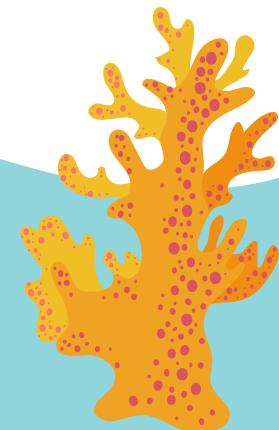


¿Con cuántos ceros termina el número  $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times 512$ , resultado de multiplicar los primeros 512 números naturales?



¿Cuál es el máximo número posible de puntos en común que pueden tener un círculo y un hexágono?

Matemática itinerante para todos  
**Abstracta**  
UC





PONTIFICIA  
UNIVERSIDAD  
CATÓLICA  
DE CHILE



**COORGANIZA:** Facultad de Matemáticas UC.

**APOYA:** Centro UC de Estudios de la Vejez y Envejecimiento.

**COLABORAN:** Fundación Más y Travesía 100.